الفصل الثاني : الإجهاد والانفعال

Stress and strain

المحاضرة الثانية

من الصفحة 10 – 20

2 ــ 1: الإجهاد Stress:

مدخل Preface:

يتشكل الإجهاد في الأرض بفعل القوى الأساس، سواء كانت أولية أم ثانوية أو جسمية داخلية أم خارجية محيطة. والتي تسبب بالنتيجة التشوهات الملاحظة.

وقد بات من المألوف لدينا جميعاً، التأثر اليومي بالقوى والجهود، وتعد قوة الجاذبية الأكثر تحكماً بنا، فهي تقبض على الغلاف الجوي والمحيطات كما تمسكنا نحن البشر والكائنات الحية الأخرى إلى الأرض، وتحافظ على الأرض والكواكب الأخرى أيضاً من التبعثر والتشظي.

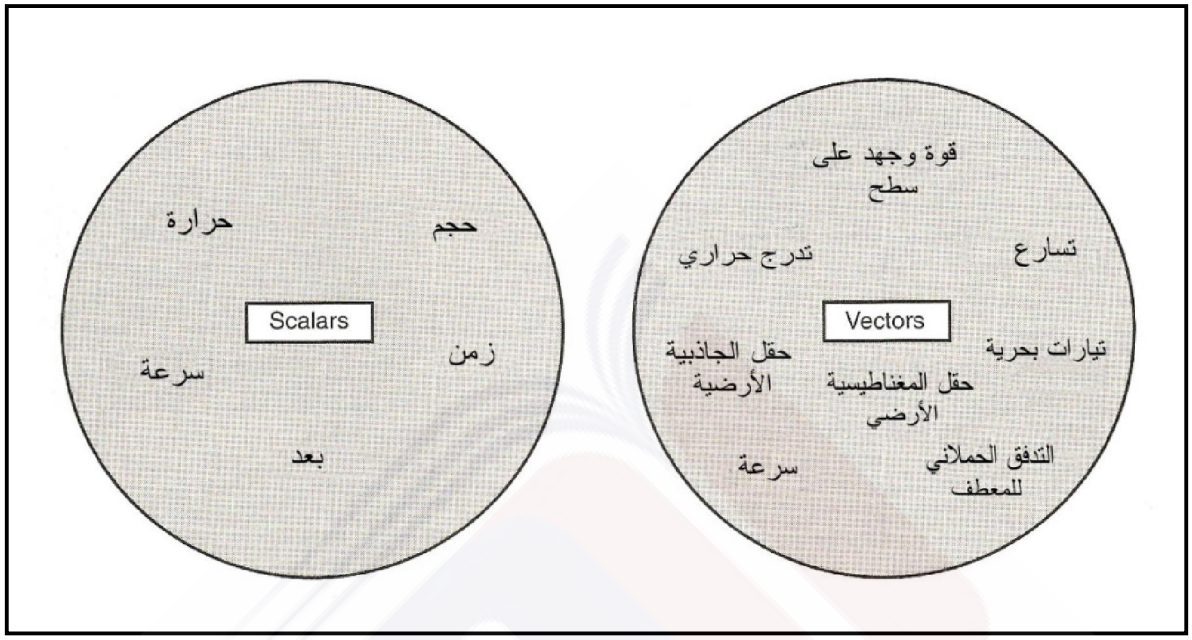
2 ــ1 ــ 1: تعاريف Definitions:

وضعت المصطلحات التالية في محاولة لتحقيق براهين رياضية تصف الجهود والقوى:

ــ (Scalar): كمية عددية ترتبط فقط بمقدار شيء ما.

ــ (Vector): متجهة تتضمن المقدار والاتجاه (الشكل: 2 ــ 1).

يمثل (Scalar) قيمة رقمية، على سبيل المثال سعر برميل النفط، مجموع النقاط المحرزة في مباراة، الحرارة، سماكات وحدة صخرية، بينما يمثل (Vector) رقماً مع دلالة الاتجاه فنقول مثلاً: تنطلق السيارة شمال غرب بسرعة 100 كم/سا ونكون هنا قد حددنا Vector (مقداراً موجهاً).



شكل (2 ــ 1) (Scalars) و(Vectors)

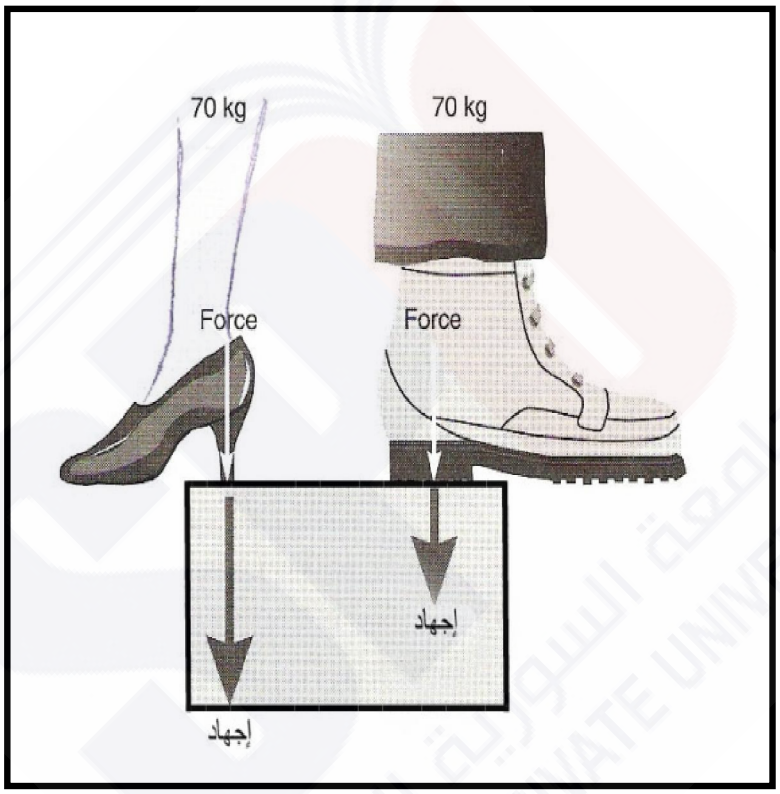
ــ (Tensor): أداة تحدد بواسطتها مجموعة كميات تمثل كل كمية بالحجم والمقــدار ويرافق معظمها بالاتجاه (لاحظ هنا أن الاتجاه لا يرتبط مع إحداثيات حقيقية في المكــان أو في الزمان) وللمتجهات (Tensors) القيمة نفسها في أي منظومة إحداثية مختارة.

2 ــ 1 ــ 2: القوة والإجهاد Force and stress:

تُحدث القوة تغيراً في السرعة أو في اتجاه الحركة لجسم ما في حالة ثبات أو حركة ويطبق قانون نيوتن الثاني للحركة $F = m \cdot a$ (2 – 1).

حيث F هي القوة (Vector ــ متجهة)، m الكتلة (Scalar)، a التســارع (وهو أيضاً vector ــ متجهة) تؤثر القوى الجسمية بشكل متساوي في كل أجزاء الجسم ومثالها فعل الجاذبية وتأثير قوى المغناطيسية الكهربائية على كتلة. تــؤثر القوى السطحية على السطوح الخارجية أو الداخلية عبر كتل الصخور ويتضــمن تأثير هذه القوى على طول الصدوع أو حواف الصفائح الرئيسية.

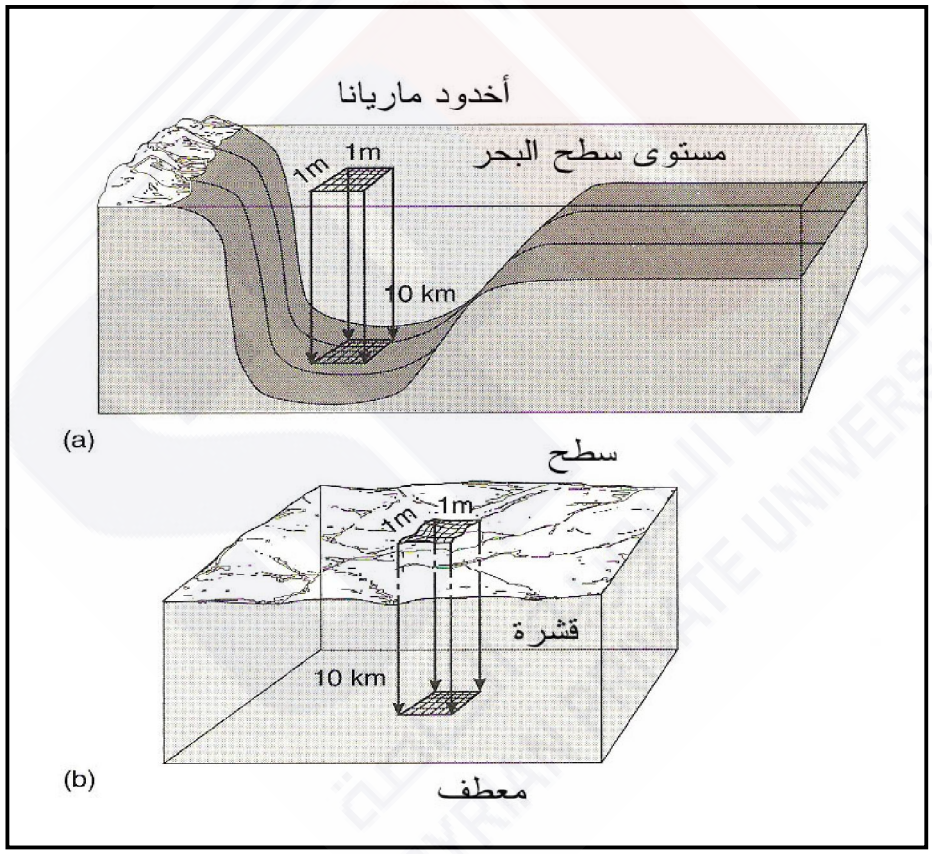
تتناسب قوة الجاذبية الجسمية مع مقدار كتلة الصخر المعطى. ويتوقف مقدار هذه القوة على مساحة السطح المحدد. فعلى سبيل المثال إذا طبقت قوة عقب حذاء بصرف النظر سواء أكان الشخص يرتدي حذاءً حقلياً أو حذاءً نسائياً فإن الجهد المطبق يتوزع على المساحة الأصغر كما هو تحت حذاء السيدة (الشكل: 2 ــ 2).



شكل (2 ــ 2) القوة والجهد. شخصان يزن كل منهما 70 كغ يقف كل منهما على قدم واحدة على طرف صندوق بحيث يتركز الوزن كله في عقب الحذاء. لاحظ أن القوة نفسها مطبقة على الصندوق من الشخصين، لكن الجهد المطبق يكون أكبر بكثير من قبل الجهة اليسرى بسبب تركيزه في مساحة أصغر.

علاوة على ذلك، فإن القوة السطحية يمكن أن تحلل إلى مركبات متعامدة متبادلة واحدة عمودية على السطح واثنتان موازيتان للسطح، هذه العلاقة سوف تظهر ثانية عندما نناقش الجهد العمودي وجهد القص.

تتحول القوة إلى إجهاد عندما تقسم على وحدة المساحة (A) المتأثرة بهذه القوة (الشكل 2 ــ 3).



شكل (2 ــ 3) الإجهاد على جسم في عمق 10 كم تحت الماء (a) أو على عمق 10 كم في القشرة (b) مع افتراض توزع الجهود بشكل منتظم. فإن الاختلاف سوف يبرز أساساً من وزن عمود الماء (a) أو الصخر (b) فوق مساحة 1 م^2 تحت العمق المعطى.

ويمكن للاجهاد أن يظهر في الأشكال التاليـــة: شـــدي (tensional) وذلـــك بالسحب الجانبي (Pulling apart)، أو ضـــغطي (Compressional)، (الـــدفع معاً) (Pushing together).

كما يمكن أن يحلل الإجهاد المطبق على سطح إلى مركبتين متجهتين:

إجهاد عمودي σ_n (normal stress) ويؤثر عمودياً على السطح المعطى.

وإجهاد القص τ ويكون موازياً للسطح المعطى.

ونميز عادة ثلاث مركبات رئيسية متعامـــدة للجهـــد. $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ مـــن σ_n ويكون $\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1$.

تعد المستويات التي تحوي هذه الجهود كمستويات رئيسية للجهد، واخـــتلاف الجهد يكون في الفرق بين الجهد الأكبر σ_1 والأصغر σ_3 أي $(\sigma_3 - \sigma_1)$ ويكون الجهد الوسطي $\frac{\sigma_3 + \sigma_2 + \sigma_1}{3}$. يمثل الجهد المنحرف مركبة غير هيدروســـتاتيكية (خاصة تتعلق بتوازن السوائل وضغطها). يعبر عنها بالجهد كمركبـــة متوســـطة أسقطت من مركبات الجهد العمودي وإذا تجاوز الجهد قساوة الصـــخر فســـينتج عندها التشوه المستمر.

تحدث حالة الجهد الليثوستاتيكي عندما يكون الجهد العمودي متســـاوياً فـــي جميع الاتجاهات داخل الأرض، كما يحتل الضغط الهيدروستاتيكي، الجهد المطبق على جسم مغمور تحت الماء وفي عمق معروف، وفي حالة جسم داخـــل الأرض فإن وزن عمود من الصخر (عوضاً عن الماء) يـــدعى بالضـــغط الليثوســـتاتيكي (شكل 2 ــ 3).

حيث وعلى سبيل المثال، إن قوة مطبقة على جسم مغمور في عمق 10 كم بالقرب من قاعدة أخدود ماريانا سوف يساوي وزن كتلة الماء ويعبر عنها:

F = وزن الماء.

= الارتفاع × كثافة ماء البحر × المساحة × تسارع الجاذبية.

= 10^4 م × 1.030 كغ سم$^{-3}$ × 1 م^2 × 9.8 م ثا$^{-2}$.

= 1.009 × 10^8 كغ سم$^{-1}$ ثا$^{-2}$ (1 ــ 2).

يحرز الجهد الهيدروستاتيكي بالتقسيم على المساحة، ويتم ذلك بأخذ عمق الماء مضروباً بتسارع الجاذبية و/أو.

10^4 م × 1.030 كغ سم^3 × 9.8 م ثا$^{-2}$.

= 100.9 × 10^6 سم$^{-1}$ ثا$^{-2}$.

101MPa = 1 باسكال = 1 كغ سم$^{-1}$ ثا$^{-2}$ (2 ــ 3).

1 MPa = 10^6 باسكال.

وتعد ميغا باسكال وحدة نموذجية للجهد في الأرض، وهي أيضاً تعادل 10 بار أو 9.8 ضغط جوي.

وفي حالة جسم تحت عمق 10 كم في قشرة قارية، فيمكن حساب الجهد الليثوستاتيكي، باستبدال معدل الكثافة لعمود الصخر فوق الجسم بافتراضه يعادل 2.750 كغ سم$^{-3}$

وبالاستعانة لكثافة ماء البحر في المعادلة (2 ــ 3) فإن قيمة الجهد الليثوستاتيكي تعادل 10^4 م × 2.750 كغ سم$^{-3}$ × 9.8 م ثا$^{-2}$.

= 269.5 × 10^6 كغ سم$^{-2}$ = 269.5 MPa (2 ــ 4).

2 ــ 1 ــ 3: الإجهاد على مستوى Stress on a plane:

إذا حددنا مستوياً P في كتلة صخرية معرضة إلى جهد شاقولي σ (شكل 2 ــ 4) فيعطى الإجهاد عبر جزء صغير من المستوى بالعلاقة:

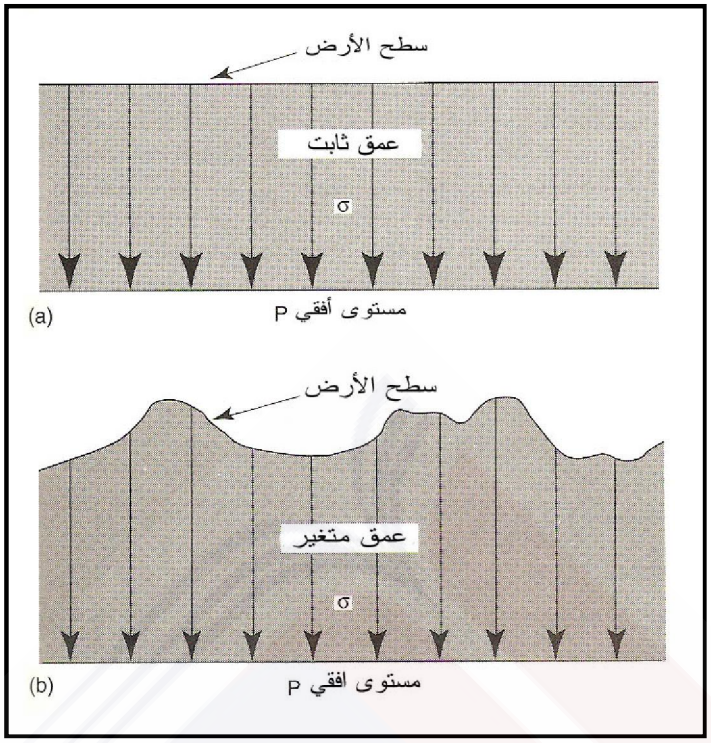
$$\sigma = \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (2 - 5)$$

حيث A المساحة، وإذا افترضنا بأن هذا الجزء متناهي الصغر بحيث يعادل الجهد في نقطة فيكون:

$$\sigma_i = \frac{\lim \Delta F}{\Delta A'}$$

$$\Delta A \to 0$$

أو $$\sigma' = \frac{dF}{dA} \quad (2 - 6)$$

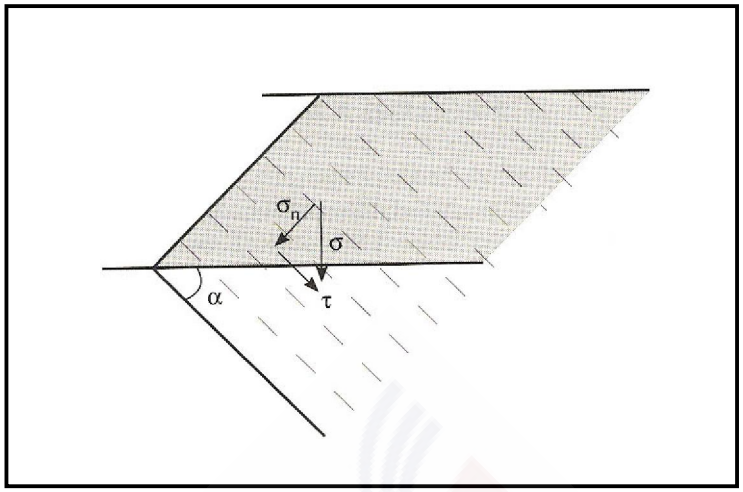


شكل (2 ــ 4) أشعة الجهد على مستوى أفقي قرب السطح. (a) تحت طبوغرافيا ناعمة. (b) طبوغرافيا غير منتظمة تمثل الأسهم المائلة اتجاه الجهد σ العشوائي

تظهر العلاقة (2 ــ 5) بأن الجهد σ على مستوي هو متجهة كمية وبالتالي فإن الجهد على أي مستوي يمكن أن يعبر عنه كمجموعة متحدة من وإجهادات عمودية وإجهادات قصية تعرف أيضاً بقوة الجر والسحب (Traction).

ويجدر الانتباه إلى أن الإجهادات في أي مستوٍ مختار لكتلة صخرية خصوصاً القريبة من السطح، وذلك إما بسبب تغير كمية الحمولة المفرطة أو لأن المستوي يميل على السطح (شكل 2 ــ 5)، وفي أعماق أكبر من عدة كيلومترات في الأرض فإن الجهد على مستوي أفقي يتعلق بكثافة وارتفاع عمود الصخر فوقه أي: ($gh\rho$) = الكثافة × الجاذبية × الارتفاع.

إن تحديد الجهد على مستوٍ مائل هو أكثر صعوبة، ويفضل انجازه باستخدام المتجهات.



شكل (2 - 5) تأثير متجهات الإجهاد على مستوٍ مائل، بما يشابه سطح الصدع، لعدة كيلومترات عمقاً في القشرة، σ حركة الإجهاد الشاقولية التي حللت إلى المركبة العمودية σ_n والمركبة القصية τ.

وتؤخذ بالاعتبار مساحة المستوي، كثافة عمود الصخر، وارتفاع العمود. لكن يجب أن تعرف الزوايا بين المستوي واتجاهات الإجهاد الرئيسة، فعلى اعتبار أن المستوي مائل فإن ارتفاع عمود الصخر يتغير على امتداد المستوي.

يمكن أن يحلل الإجهاد σ على مستوٍ إلى مركبتين من إجهاد قص τ وإجهاد عمودي σ_n.

فإذا افترضنا مساحة $1m^2$ في الشكل (2 ــ 6) لمستوي يميل بزاوية 45° على هذا الأفق فيمكننا حساب الإجهاد العمودي على المستوي (شكل 2 ــ 6 ــ a) وبما أن المستوي يميل فوق المساحة $1m^2$ فإن مساحة المستوي تكون أكبر أي $\sqrt{2m^2} = 1.41m^2$، وتحسب القوة الشاقولية باستخدام العلاقة:

F = ma = الحجم × الكثافة × تسارع الجاذبية تكون

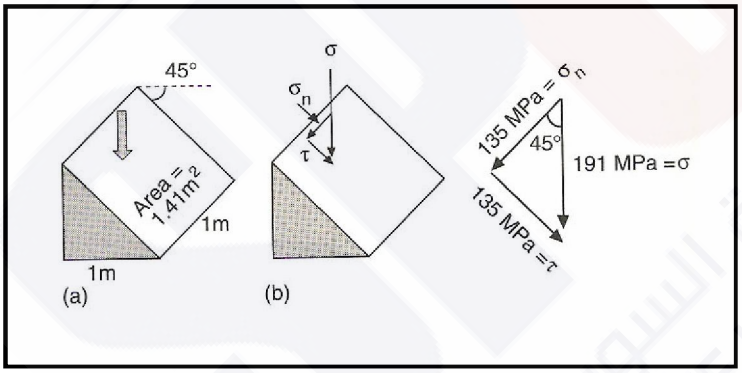
F = 10^4 م^3 × 2.750 كغ م$^{-3}$ × 9.8 م ثا$^{-2}$.

≈ 2.7 × 10^8 كغ م ثا$^{-2}$.

يتضمن تحويل القوة إلى إجهاد التقسيم على المساحة $1.41\ m^2$، التي تسبب إجهاداً على المستوي المائل يساوي 191 Mpa.

لاحظ هنا، أن المساحة ازدادت وأن الإجهاد العمودي على السطح المائل يتناقص بسبب أن القوة نفسها قد توزعت على كامل المساحة (جهد القص على مستوٍ يجب أن يزداد من الصفر إلى قيمة لا تساوي الصفر).

ولأن لأي مستوٍ متجهة إجهاد موحد. يمكن أن تحلل إلى مركبتين قصية وعمودية ويمكن حسابهما كما يلي (الشكل 2 ــ 6 ــ b).



شكل (2 ــ 6)

(a) جهد عمودي يؤثر على مستوي مائل بمساحة $1.41m^2$، (b) تحليل مركبتي جهد القص والجهد العمودي من مركبة الجهد الشاقولي في a وحساب مقدار الجهود.

$$\begin{cases} \sigma_n = \sigma \cos 45 \\ 191MPa \times 0.707 = \\ 135Mpa \end{cases} \qquad (6-1)$$

$$(7-1) \qquad \begin{cases} \tau = \sigma \sin 45 \\ = 191Mpa \times 0.707 \\ = 135Mpa \end{cases}$$

حيث σ هي مركبة السحب على المستوى، لاحظ أننا نعتمد هنا الجهد الشاقولي الموحد فقط.